Atividade Bônus 1

Instituto Federal Catarinense - Campus Araquari
Licenciatura em Química

A Atividade Bônus 1 pode alcançar um valor de até 2,0 pontos na Avaliação A1. Esta deve ser entregue no dia da Avaliação A1(08.05.2019) em folhas de papel A4 de forma organizada(lápis ou caneta)

Problema Modelo

Uma indústria química produz três tipos de produtos: A, B e C. Cada um deles é processado em duas máquinas X e Y. Neste processo, cada máquina é utilizada durante os seguintes períodos de tempo:

1. Uma tonelada de A requer 2 horas na máquina X e 2 horas na máquina Y;
2. Uma tonelada de B requer 3 horas na máquina X e 2 horas na máquina Y;
3. Uma tonelada de C requer 4 horas na máquina X e 3 horas na máquina Y;

A máquina X está disponível 80 horas por semana, enquanto que a máquina Y está disponível por 60 horas. Como a administração da fábrica não quer manter as máquinas X e Y paradas, é preciso determinar quantas tonelas de cada produto devem ser manufaturadas para que as máquinas sejam utilizadas de maneira ótima durante a semana.

Para resolver este problema de otimização, consideramos x_1, x_2 e x_3, respectivamente, o número de toneladas de A, B, e C a ser produzido. Note que o número máximo de horas de trabalho da máquina X é 80 horas. Sendo assim(vide períodos de tempo), tem-se que

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 80$$

Note também, que o número máximo de trabalho da máquina Y é de 60 horas. Logo,

$$2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 60$$

Temos então, duas equações lineares que devem ser resolvidas simultaneamente, isto é, um sistemas com duas equações e três incógnitas:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 80 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 60 \end{cases}$$

Para resolver este sistema, podemos multiplicar a primeira linha por -1 e somar o resultado com a segunda linha:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 80 \\ \qquad -x_2 - x_3 = -20 \end{cases}$$

Note que x_3 será a variável livre do sistema. Resolvendo a segunda equação temos:

$$x_2 = 20 - x_3$$

e por sua vez

$$x_1 = \frac{-3(20 - x_3) - 4x_3 + 80}{2} = \frac{20 - x_3}{2}$$

Como x_3 é uma variável livre, podemos escolher qualquer valor para x_3, e assim determinar x_1 e x_2. Porém, não podemos ter valor de toneladas negativos, quanto menos igual a zero. Logo, devemos escolher valores para x_3 de modo que x_1 e x_2 sejam positivos, ou seja

$$0 \leq x_3 < 20$$

Como exemplo, se tomarmos $x_3 = 10$, teremos $x_1 = 5$ e $x_2 = 10$. Portanto a resposta do problema para esta escolha de x_3 seria: "Devem ser levados para as máquinas X e Y, 5 toneladas do produta A, 10 toneladas do produto B e 10 toneladas do produto C".

Questão 1

Use o problema resolvido anterior como modelo para resolver as seguintes questões:

Um nutricionista está planejando uma refeição contendo os alimentos A, B e C. Cada grama do alimento A contém 2 unidades de proteína, 3 unidades de gordura e 4 unidades de carboidratos. Cada grama do alimento B contém 3 unidades de proteína, 2 unidades de gordura e 1 unidades de carboidratos. Cada grama do alimento C contém 3 unidades de proteína, 3 unidades de gordura e 2 unidades de carboidratos. Se a refeição precisa conter 25 unidades de proteína, 24 unidades de gordura e 21 unidades de carboidratos, quantos gramas de cada tipo de alimento devem ser usados?

Questão 2

Uma fábrica de plásticos produz dois tipos de plásticos, o normal e o especial. Cada tonelada de plástico normal necessita de 2h na máquina A e de 5h na máquina B. Cada tonelada de plástico especial necessita de 2h na máquina A e de 3h na máquina B. Se a máquina A está disponível 8h por dia e a máquina B 15h por dia, qual é a quantidade máxima em toneladas que devem ser produzidas por dia de cada plástico?

Observação 0.1 *Justifique todos os passos da resolução.*

Observação 0.2 *ATIVIDADES BÔNUS 1 IDENTICAS(OU QUE SE DIFEREM POR POUCAS PALAVRAS OU SINÔNIMOS) SERÃO ANULADAS E OS ALUNOS AUTORES NÃO TERÃO QUALQUER PONTUAÇÃO ACRESCENTADA NA AVALIAÇÃO A1.*

Boa sorte!!!